Modellierung räumlicher Inferenzen durch Graphen mit symbolischen und numerischen Constraints*

Fritz Wysotzki, Ute Schmid und Eric Heymann

21. Februar 1997

Zusammenfassung

Es wird ein Modell zur räumlichen Inferenz vorgestellt, das auf dem in der Robotik und Bildverarbeitung etablierten Ansatz der homogenen Koordinatensysteme basiert. Objekte werden durch Koordinatensysteme und räumliche Relationen werden durch Constraints auf homogenen Transformationsmatrizen repräsentiert. Räumliche Szenen werden als Graphen (mit Objekt–Marken als Knoten und Relations–Marken als Kanten) dargestellt. Inferenzen werden mittels Multiplikation von Transformationsmatrizen unter Beachtung von Contraints gezogen. Objektmarken verweisen auf korrespondierende Bezugssysteme, so wie auf eventuell vorhandene Zusatzinformationen über Größe und Form, sowie funktionale Eigenschaften der Objekte.

Der Ansatz ermöglicht es, räumliche Relationen sowohl qualitativ, als auch metrisch zu behandeln. In Abweichung zu den Ansätzen zum qualitativen räumlichen Schließen müssen die zulässigen Verknüpfungen von Relationen nicht in Transitivitätstabellen (Kompositionstabellen) angegeben werden. Im Gegensatz zu den depikationalen Ansätzen wird eine bildhafte Repräsentation nur dann erzeugt, wenn die mögliche Lage der Objekte hinreichend durch Constraints spezifiziert ist. Dadurch werden Paradoxien bei der Inferenz vermieden.

*Erscheint in: C. Umbach, M. Grabski und R. Hörnig (Eds.). *Perspektive in Sprache und Raum.* Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden, 1997

1 Ansätze zur räumlichen Inferenz in KI und kognitiver Psychologie

In der KI existieren seit den 80er Jahren Ansätze zum räumlichen Schließen, mit denen versucht wird, die Verarbeitung räumlicher Informationen (Semantik von Lokalisierungsausdrücken) effizienter zu gestalten, als dies mit klassischen logischen Inferenzsystemen möglich ist. Die Ansätze lassen sich insbesondere in zwei Klassen teilen: (1) qualitative Ansätze und (2) metrische Ansätze (z.B. Pribbenow (1993)).

Qualitative Ansätze modellieren räumliche Beziehungen zwischen Objekten auf der Basis von topologischer und ordinaler Information (siehe Guesgen (1989), Hernández (1990)). Metrische Ansätze repräsentieren Objekte und ihre Relationen dagegen bildlich (Depiktionen). Das heißt, es werden Positionen oder Aufenthaltsbereiche für Objekte angegeben (Waltz and Boggess (1979), Schirra (1990)).

Qualitative Ansätze repräsentieren räumliche Relationen propositional („intrinsisch propositional" nach Pribbenow (1993)). Entsprechend müssen Inferenzregeln für die Verknüpfung räumlicher Relationen definiert werden. Dies geschieht üblicherweise in Form sogenannter „Transitivitätstabellen" (Pribbenow (1993)) bzw. „Kompositionstabellen" (Hernández (1991)). Ein solches Vorgehen zur Modellierung räumlicher Relationen ist inhärent beschränkt, da nur solche Inferenzen gezogen werden können, für die entsprechende Verknüpfungen definiert sind. Relationen zwischen Objekten müssen stets symbolisch repräsentiert werden (Prädikate). Ist keine symbolische Beschreibung für eine Relation vorhanden, kann diese nicht dargestellt werden.

Auch die Erzeugung von Depiktionen (bildlich-analoge Repräsentationen), wie dies in den metrischen Ansätzen erfolgt, ist nicht unproblematisch. Zwar entfallen aufwendige Inferenzprozesse, da stattdessen ein Scanning auf der Depiktion erfolgen kann. Der Zwang, Positionen oder zumindest wahrscheinliche Aufenthaltsbereiche für Objekte angeben zu müssen, kann jedoch zu unerwünschten Überspezifikationen führen. Wird etwa der Sachverhalt „An der Wand ist ein Bord und an der Wand sitzt eine Fliege" repräsentiert, so muß beiden Objekten (Bord, Fliege) eine Position auf der Wand zugewiesen werden. Je nach Realisierung ist die Aussage „Die Fliege ist unter dem Bord" auf jeden Fall wahr oder falsch, obwohl sie eigentlich unbestimmt sein sollte (siehe Waltz and Boggess (1979)).

Die Frage nach einem adäquaten Repräsentationsformat findet sich in der Kognitiven Psychologie vor allem in der „imagery debate" wieder (Fodor (1975), Kosslyn (1980)). Propositionale Repräsentationsformen wurden in der kognitiven Psychologie lange Zeit als „Sprache des Geistes" (Fodor (1975)) favorisiert. Es wurde angenommen, daß jegliche Art von Information, sei sie durch Wahrnehmung oder Sprache vermittelt, logisch–propositional repräsentierbar sei. Untersuchungen zum Symbol–Distanz–Effekt (Potts (1972), Krause, Faßl, and Wysotzki (1982), Krause and Wysotzki (1983)) und zur visuellen Vorstellung (etwa Kosslyn (1980)) belegen jedoch, daß — zumindest im Arbeitsgedächtnis — „wahrnehmungsanaloge" Repräsentationen aufgebaut werden können. Vorschläge zur Integration beider Ansätze stammen von Paivio (Paivio (1971)) und von Kosslyn (Kosslyn (1980)). Paivio schlägt in seiner Dual–Code Theorie ein Nebeneinander von propositionaler und bildhafter Repräsentation vor, Kosslyn postuliert eine abstrakte Repräsentation im Langzeitgedächtnis, aus der bildhafte Repräsentationen generierbar sind.

Ein zu logisch–propositionaler und zu bildlich–analoger Repräsentation alternatives Modell wurde von Johnson–Laird (Johnson-Laird (1983)) mit dem Ansatz Mentaler Modelle vorgeschlagen. Mentale Modelle sollen insbesondere folgende Eigenschaften aufweisen: (1) Es wird nicht der semantische Gehalt des Textes (z.B. Kintsch and van Dijk (1978)), sondern die im Text beschriebene Situation repräsentiert (z.B. Garnham (1985)). (2) Mentale Modelle sind dynamische Repräsentationen, die im Verlauf der Textrezeption aktualisiert und zunehmend konkretisiert werden. (3) Grundelemente eines Mentalen Modells sind die im Text eingeführten Objekte. Mentale Modelle sind insofern analoge Repräsentationen, als daß räumliche Beziehungen zwischen diesen Objekten raum–analog erhalten bleiben (struktur–analoge Repräsentationen siehe Palmer (1978)). Während Johnson–Laird seinen Ansatz häufig mit Repräsentationen von räumlichen Relationen (vor, rechts–von etc.) illustriert, betonen neuere Arbeiten zur Modellierung von Textverstehensprozessen als Aufbau Mentaler Modelle (Glenberg and Langston (1992)) vor allem den Aspekt der Nähe/Distanz zwischen Objekten. Ob räumliche Relationen qualitativ oder metrisch repräsentiert werden, bleibt im Ansatz Mentaler Modelle zunächst offen.

Unser Ziel ist es, ausgehend vom Ansatz Mentaler Modelle ein Modell zur räumlichen Inferenz zu entwickeln. Dieses Modell soll (1) den Ansatz Mentaler Modelle präzisieren und (2) eine Alternative zu den oben diskutierten Ansätzen zum räumlichen Schließen darstellen. Wir beschränken uns dabei auf die Modellierung von Raumbeschreibungen, wie sie etwa von Franklin und Tversky (Franklin, Tversky, and Coon (1992)) und von Hörnig, Claus und Eyferth (Hörnig, Claus, Durstewitz, Fricke, Schmid, and Eyferth (1996), siehe auch Beitrag in diesem Band) untersucht werden.

In unserem Modell greifen wir einen Ansatz aus der Robotik (z.B. Ambler and Popplestone (1975), Mohr and Müller (1985)) auf, bei dem räumliche Relationen als homogene Transformationsmatrizen repräsentiert werden. Die mathematischen Grundlagen sind außer in der Roboterkinematik auch im Bereich der Bildverarbeitung (Foley, van Dam, Feiner, and Hughes (1990)) ausgearbeitet worden. In der Robotik wurden Transformationsmatrizen unter anderem im Zusammenhang mit höheren Robotersprachen (Popplestone, Ambler, and Bellos (1980), Mohr and Müller (1985)) eingesetzt, bei denen sprachlich ausdrückbaren Anweisungen („Gehe nach rechts“) eine durch solche Matrizen modellierbare prozedurale Semantik (Woods (1981), Johnson-Laird (1977)) zugeordnet wird.

Input in das Modell sind Propositionen. Die in einer Proposition eingeführten Objekte (konstante Argumente) werden als Knoten, die Relationen zwischen Objekten werden als Kanten in einem abstrakten Graphen repräsentiert. Jedem Objektsymbol wird ein Bezugssystem (3–dimensionales Koordinatensystem) zugeordnet. Zudem können Objektmarken auf spezifische Objektinformationen, die als Hintergrundwissen vorliegen, verweisen. Solche Informationen könnten beispielsweise in einer Frame-Hierarchie repräsentiert werden. Objekt–Frames können Slots für Größe, Form, weitere physikalische Eigenschaften sowie für funktionale Eigenschaften enthalten. Räumliche Relationen werden durch homogene Koordinatentransformationen mit zusätzlichen Constraints in Form von Gleichungen bzw. Ungleichungen über den Parametern der Transformation definiert. Inferenzen werden über Multiplikation von Transformationsmatrizen unter Berücksichtigung der gegebenen Constraints gezogen. Sind die Positions– und Ausdehnungsparameter der Objekte bekannt, so kann eine konkrete Depiktion erzeugt werden. Allgemein repräsentiert der Graph die Klasse der unter den gegebenen Constraints möglichen Depiktionen.

2 Der Modellierungsansatz

Wir führen die Komponenten unseres Modells zunächst nur informell ein und stellen danach die Arbeitsweise unseres Ansatzes an einem Beispiel vor.

2.1 Objekte als annotierte Bezugssysteme

Basierend auf Konzepten höherer Robotersprachen (Ambler and Popplestone (1975), Mohr and Müller (1985)) und der Physik der starren Körper werden Objekte durch die ihnen zugeordneten Koordinatensysteme repräsentiert. Zusätzlich können weitere Informationen mit den Objekten gespeichert werden, wie z.B. Ausdehnungsparameter, Volumen, Farbe, Textur oder funktionelle Eigenschaften. Den Hauptachsen der Bezugssysteme können zusätzlich Orientierungsmarken zugewiesen werden, um

Objekten z.B. eine ausgezeichnete intrinsische Vorder– oder Rückseite zuordnen zu können. Die Bedeutung der Hauptachsen von Objekten kann so für jede Entität unterschiedlich festgelegt werden. So sind etwa Lebewesen durch eine durch die Gravitation festgelegte Oben–Unten Achse sowie durch eine intrinsische Vorderseite ausgezeichnet, während z.B. die Koordinatensysteme symmetrischer Körper Freiheitsgrade besitzen, die kontextabhängig festgelegt werden können (zum Problem der Freiheitsgrade vgl. Popplestone, Ambler, and Bellos (1980)). Dadurch kann die z–Achse in vielen Fällen parallel zur natürlichen Schwerkraft gewählt werden[1].

2.2 Relationen als Constraints über homogenen Transformationsmatrizen

Räumliche Relationen zwischen Objekten werden durch Transformationen zwischen den Objektkoordinatensystemen repräsentiert, die diese ineinander überführen bzw. die Koordinaten eines Punktes aus einem der Systeme in das andere umrechnen. Natürlichsprachliche räumliche Präpositionen erhalten ihre Semantik durch Mengen von ausgezeichneten Werten zur Belegung der Parameter in einer Transformationsmatrix bzw. durch Constraints (Gleichungen und Ungleichungen) zwischen den Parametern. Sie stellen also Spezialisierungen einer einzigen durch die Parameter der Transformationsmatrix gegebenen „generischen“ Relation dar. Dadurch entfällt das Problem der Definition von „Basisrelationen“(vgl. z.B. Pribbenow (1993)) für Inferenzzwecke.

Läßt man zum Beispiel nur Drehungen um die (als fest gedachte) z–Achse zu, dann ist die relative Lage eines Objektes β mit Bezug auf ein Objekt α durch den Drehwinkel Θ in der x–y–Ebene (*Orientierung*) und die Koordinaten des Ursprungs des β–Koordinatensystems in bezug auf das α–Koordinatensystem (*Position*) festgelegt[2]. Die allgemeine Form einer homogenen Transformationsmatrix, in der gleichzeitig die Position und Orientierung von Objekt β relativ zu Objekt α repräsentiert wird, hat bei Drehung um die z-Achse die Form

$$T^{(\alpha,\beta)} = \begin{pmatrix} cos\ \Theta & sin\ \Theta & 0 & 0 \\ -sin\ \Theta & cos\ \Theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Delta_x^{(\alpha,\beta)} & \Delta_y^{(\alpha,\beta)} & \Delta_z^{(\alpha,\beta)} & 1 \end{pmatrix}.$$

[1]Wenn man die z–Achse mit der Richtung der größten Trägheitsachse identifiziert, ist bei stehenden Objekten die z–Achse parallel zur Gravitationsrichtung und bei liegenden Objekten rechtwinklig dazu zu denken.

[2]In einigen Fällen, z.B. zur Unterscheidung der Relationen „steht auf“ und „liegt auf“, müssen auch Drehungen um eine Achse in der x–y–Ebene betrachtet werden.

Θ ist der Winkel zwischen den x– und y–Achsen der Objekte α und β; $\Delta_x^{(\alpha,\beta)}$, $\Delta_y^{(\alpha,\beta)}$ und $\Delta_z^{(\alpha,\beta)}$ sind die Koordinaten des Ursprungs von β im Koordinatensystem von α. Die Relationen können auch einfach als Merkmalsvektor $T^{(\alpha,\beta)} = (\Theta^{(\alpha,\beta)}, \Delta_x^{(\alpha,\beta)}, \Delta_y^{(\alpha,\beta)}, \Delta_z^{(\alpha,\beta)})$ beschrieben werden, dessen Komponenten die die Transformation bestimmenden Parameter sind. Die Semantik einer binären räumlichen Relation zwischen α und β kann nun einerseits durch die Operationsfolge (Rotation, Verschiebung, zusammengefaßt in der homogenen Matrix $T^{(\alpha,\beta)}$) definiert werden, mit der die Koordinatensysteme von α und β zur Deckung gebracht werden, und andererseits (dazu äquivalent) durch die Transformation der Koordinaten eines Punktes v_β vom β– ins α–System, die hier nach $v_\beta \times T^{(\alpha,\beta)} = v_\alpha$ erfolgt (wie in (Ambler and Popplestone 1975)), also durch Rechtsmultiplikation der Punktkoordinaten v_β mit $T^{(\alpha,\beta)}$, („β von α aus gesehen“). Die Relation *rechts_von*(α, β) („β ist *rechts* von α“) kann dann durch den Constraint $\Delta_x^{(\alpha,\beta)} > 0$ und zusätzliche, im allgemeinen noch von Ausdehnungsparametern des Objekts β abhängige Constraints für $\Delta_y^{(\alpha,\beta)}$ und $\Delta_z^{(\alpha,\beta)}$ in bezug auf das Bezugssystem α definiert werden. Zusätzlich zu den Constraints $\Theta^{(\alpha,\beta)}$, $\Delta_x^{(\alpha,\beta)}$, $\Delta_y^{(\alpha,\beta)}$ und $\Delta_z^{(\alpha,\beta)}$ können die Relationen auch Constraints enthalten, die sich auf bestimmte Eigenschaften von Objekten beziehen, wie z.B. die Ausdehnung.

2.3 Mentale Modelle als Graphen mit Constraints

Textuell beschriebene räumliche Szenen werden im vorgeschlagenen Modell auf einen (oder mehrere, vgl. 3.6) markierte *Graphen* abgebildet, dessen Knoten die Objekte, Knotenmarkierungen einstellige Attribute (Objekteigenschaften) und Kantenmarkierungen zweistellige Attribute (Relationen) zwischen den Objekten repräsentieren.

Dieses allgemeine Repräsentationsformat kann auf verschiedene Art konkretisiert und ergänzt werden: Objekte können zusätzlich zu Position und Orientierung (d.h. Koordinatensystemen, s. 2.1) auch mit Ausdehnungsparametern versehen werden, was zur Modellierung einiger räumlicher Präpositionen (z.B. „in“) auch notwendig ist. Durch die Verwendung von Ausdehnungsparametern ergeben sich weitere Constraints für die Modellierung räumlicher Relationen, die auch unscharf (*fuzzy*) sein können. Zudem bietet sich in diesem Repräsentationsformat die Möglichkeit, zusätzlich bildhafte Information (Form, Farbe, Textur) sowie weitere semantische Informationen (z.B. zusätzliche physikalische oder funktionale Eigenschaften) an die Objekte zu binden.

2.4 Räumliche Inferenzen

Ausgehend von dem oben beschriebenen Repräsentationsformat können räumliche Inferenzen definiert werden. Der Aufbau des Mentalen Modells geschieht dynamisch, d.h. daß der Graph beim Rezipieren des Textes sukzessiv aufgebaut wird. (In 3.6 wird gezeigt, daß es notwendig sein kann, mit mehreren alternativen „mentalen Modellen“ zu arbeiten, wenn der Text nicht den Aufbau *eines* „integrierten Modells“ gestattet). Wenn alle textuell vorhandenen Informationen in das Mentale Modell überführt wurden, ist der Graph i.a. noch unvollständig. Unbekannte räumliche Beziehungen zwischen Objektpaaren können aber in unserem Modellansatz durch Multiplikation von gegebenen Transformationsmatrizen und den Vergleich des Ergebnisses mit den definierten (z.B. sprachlich fixierten) Relationen und Constraints erschlossen werden. Es können jedoch auch Transformationsmatrizen berechnet werden, deren Constraints mit keiner definierten Relation kompatibel sind. Wenn im System z.B. die Relationen *rechts_von* und *vor* definiert worden sind, dann ließe sich eine Transformationsmatrix berechnen, deren Semantik der Relation *rechts-vor* entspricht, die aber im System nicht definiert wurde. Die zu multiplizierenden Transformationen zwischen Objekt–Koordinatensystemen werden durch Auffinden entsprechender *Wege im Graphen* bestimmt: Ist eine gesuchte oder erfragte Relation zwischen zwei Objekten (oder Objektteilen) α und β nicht bekannt, d.h. fehlt die entsprechende sprachlich fixierte Kantenmarkierung, dann wird eine α und β verbindende Kantenfolge (Weg) im Graphen gesucht, bei der jede Kante mit der dem Knoten- (Objekt-) Paar entsprechenden Koordinatentransformation markiert ist, die also bekannt sein muß. Die gerichtete Relation zwischen α und β ergibt sich dann (falls ein solcher Weg existiert) als Produkt der auf dem gefundenen Weg vorkommenden Transformationen. Neu inferierte Relationen können dann in das Mentale Modell mit aufgenommen werden, indem zwischen den relevanten Objekten eine neue Kante eingeführt wird, die durch die neu berechnete Transformationsmatrix markiert wird. Durch Mustervergleich mit den gegebenen Relationsdefinitionen kann dann gegebenenfalls die entsprechende sprachliche Relationsbezeichnung identifiziert werden.

Die Kanten zwischen den Knoten sind gerichtet, da die Transformationen nicht symmetrisch sind[3]. Daher muß beim Suchen der zwei Objekte verbindenden Kantenfolge die Richtung der Relation beachtet werden: wenn eine Kante im Graphen in der entgegengesetzten Richtung durchlaufen wird, so muß für die Berechnung der Ergebnisrelation die Relation dieser Kante *invertiert* werden, was der Umkehrrela-

[3]Die Richtung der Kanten ist definiert durch das Bezugssystem, durch das die Relation definiert ist (bei *rechts_von(Fahrer, Beifahrer)* ist das Bezugssystem der *Fahrer*).

tion entspricht.

3 Beispiel 1: Inferenzen in einem Zimmerszenario

Der Formalismus soll zunächst an einem Raumszenario erläutert werden. Die an dem Projekt *Kognition und Kontext*[4] beteiligte psychologische Arbeitsgruppe hat bereits experimentelle Untersuchungen zu Mentalen Modellen durchgeführt (Hörnig, Claus, Durstewitz, Fricke, Schmid, and Eyferth (1996)). Probanden lasen Texte, in denen mit einigen Sätzen ein Raum beschrieben wurde. Am Anfang des Textes wird jeweils ein Protagonist eingeführt und im weiteren Verlauf werden Objekte relativ zu dem Protagonisten an den Wänden positioniert.

3.1 Beispieltext und propositionale Repräsentation

In einem Text wird etwa folgende Sitiuation beschrieben:

1. Stefanie steht inmitten des Zimmers.
2. Rechts von Stefanie steht ein Ofen.
3. Der Ofen steht an der Wand.

Mit dieser kurzen Beschreibung kann ein Rezipient ein Mentales Modell aufbauen, obwohl nicht alle Relationen explizit im Text angegeben sind: beispielsweise ist die Tatsache, daß der *Ofen* an der rechten *Wand* steht, nicht explizit als textuelle Information gegeben und soll im folgenden inferiert werden. Diese 3 Sätze können auch vereinfacht durch folgende räumliche Relationen beschreibende Prädikate ausgedrückt werden:

1. *inmitten(Stefanie, Zimmer)*
2. *rechts_von(Stefanie, Ofen)*
3. *steht_an(Wand, Ofen)*

In Abb. 1 ist ein Raumszenario mit den in den folgenden Kapiteln definierten Objekten und deren Koordinatensystemen als Draufsicht zu sehen[5]. Da der *Ofen*

[4] Interdisziplinäres Forschungsprojekt an der Technischen Universität Berlin, Nummer 20/4

[5] Es ist nur eine mögliche Situation abgebildet. Außerdem werden Vereinfachungen vorgenommen (zylindrischer Ofen, quadratisches Zimmer, feste z–Achsen), auf die unter Inkaufnahme eines höheren Rechenaufwandes verzichtet werden kann, die aber für die Erläuterung des Modells nicht wesentlich sind.

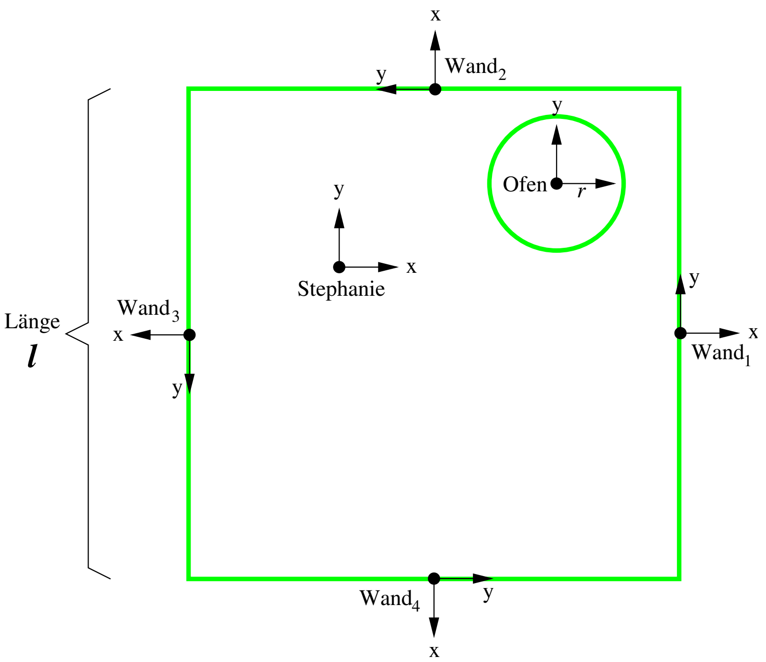

Abbildung 1: Das Zimmer und die Objekte

als zylindrisch angenommen wird, kann das Koordinatensystem beliebig festgelegt werden (1 Rotationsfreiheitsgrad). In diesem Beispiel wird es als parallel zum Koordinatensystem der rechten Wand gewählt. Abb. 1 gibt zunächst nicht die im Text beschriebene Situation wieder (s. unten).

3.2 Objekte

Wir setzen im Folgenden voraus, daß die Objekte *Stefanie* und *Ofen* im Raum *stehen* und definieren deshalb ihre z–Achsen durch die größte natürliche Trägheitsachse. Die x– und y–Achsenausrichtungen der beiden Objekte seien parallel zueinander. Durch die y–Achse von *Stefanie* sei die intrinsische Vorderseite (des Protagonisten, auf den wir uns ausschließlich bei den Relationen beziehen) festgelegt. *Stefanie* soll (orthogonal) zu einer Wand blicken, die dadurch zur „vorderen Wand“ wird. Wir betrachten diese Festlegungen im Folgenden als Hintergrundwissen, um den Text möglichst einfach zu halten. Der Radius des *Ofens* sei r (Ausdehnungsparameter).

Das Objekt *Zimmer* unterscheidet sich von den Objekten *Stephanie* und *Ofen* dadurch, daß es hier als ein „strukturiertes Objekt“ behandelt wird, das Unterobjekte hat. Wir brauchen offensichtlich Hintergrundwissen („Zimmerframe“), um die Unterobjekte benennen zu können und sie miteinander in Beziehung zu setzen[6]. Den

[6] Die in diesem Zusammenhang auftretende Teil–Ganzes Problematik soll hier nicht weiter be-

Unterobjekten müssen auch Koordinatensysteme zugeordnet werden, wobei wir uns hier auf die vier *Wände* beschränken (vgl. Abb. 1[7]). Die Ausdehnung der *Wände* sei ℓ.

3.3 Relationen

Die Semantik der Relationen wird für Objekte ohne Ausdehnung i.a. anders definiert als für Objekte mit Ausdehnung. Wurde eine Relation für Objekte ohne Ausdehnung definiert, bedeutet das, daß sie sich allein auf die relative Lage der Koordinatensysteme bezieht. Hat jedoch eines der Objekte eine Ausdehnung, muß dies in Form eines zusätzlichen Constraints bei der Definition der Relation berücksichtigt werden, d.h. das eine Objekt befindet sich in einer durch Ausdehnungsconstraints definierten Position relativ zu dem anderen Objekt. Im folgenden werden alle z–Koordinaten weggelassen.

Die Relationen *rechts_von*, *links_von*, *vor*, *hinter*

Wir definieren zunächst die Relation *rechts_von*, um die Rechnungen zu vereinfachen als

$$R^{(\alpha,\beta)} \ : \ \Delta_x^{(\alpha,\beta)} > 0 \wedge \Delta_y^{(\alpha,\beta)} = 0,$$

also als „*genau rechts*". (Man könnte *rechts_von* z.B. auch durch einen dreieckigen Bereich mit der Spitze im Ursprung des Protagonisten α und der rechten Wand als Grundseite approximieren, was die Rechnungen komplizieren würde oder einfach Satz 2 mit „*genau rechts*" formulieren.) Entsprechend werden *links_von* als *genau links*, *vor* als *genau vor*, *hinter* als *genau hinter* definiert:

$$\begin{aligned} L^{(\alpha,\beta)} &\ : \ \Delta_x^{(\alpha,\beta)} < 0 \wedge \Delta_y^{(\alpha,\beta)} = 0 \\ V^{(\alpha,\beta)} &\ : \ \Delta_x^{(\alpha,\beta)} = 0 \wedge \Delta_y^{(\alpha,\beta)} > 0 \\ H^{(\alpha,\beta)} &\ : \ \Delta_x^{(\alpha,\beta)} = 0 \wedge \Delta_y^{(\alpha,\beta)} < 0. \end{aligned}$$

Die Relation *steht_an*

Man könnte versuchen, die Relation *steht_an* für (in der x–y–Ebene) punktförmige Objekte durch $S^{(\alpha,\beta)} : \ (\Delta_x^{(\alpha,\beta)} = 0) \vee (\Delta_y^{(\alpha,\beta)} = 0)$ zu idealisieren, was in unserem Beispiel keinen Sinn macht, da hier Ausdehnungsparameter bei der Inferenz eine entscheidende Rolle spielen (vgl. Abschn. 3.5).

handelt werden.

[7] Um das Beispiel einfach zu halten, werden nur die für die Inferenz nötigen Koordinatensysteme von Objekten definiert.

Die Ausdehnung eines Objekts, z.B. des *Ofens*, kann berücksichtigt werden, indem die Constraints für $\Delta_x^{(\alpha,\beta)}$ bzw. $\Delta_y^{(\alpha,\beta)}$ modifiziert werden: Nach der Definition der Koordinatensysteme der Objekte in Abb. 1 *steht* der *Ofen* an der Wand, wenn $\Delta_x^{(W,O)} = -r$ gilt ($\alpha =$ W, $\beta =$ O). Man beachte, daß das nach unserer Definition der Wandkoordinatensysteme für alle 4 Wände gilt. Auf die allgemeine Problematik der Relation *an* soll hier nicht eingegangen werden.

Die Relation *inmitten*

Die Relation *inmitten* soll hier ebenfalls nur für das gewählte Zimmerszenario definiert werden. Zunächst können durch die intrinsische Vorderseite des Protagonisten *Stefanie* und dessen Ausrichtung (Abb. 1) eine rechte Wand W_r (statt W_1), eine vordere (W_v statt W_2), eine linke (W_l statt W_3) und eine hintere Wand (W_h statt W_4) definiert werden.[8] In unserem Beispiel wird *inmitten* durch die zusätzlichen Constraints

$$\Delta_x^{(S,W_r)} = -\Delta_x^{(S,W_l)} = \Delta_y^{(S,W_v)} = -\Delta_y^{(S,W_h)} = \frac{\ell}{2}$$

definiert. (Die Semantik der sprachlich fixierten Relationen ist ebenfalls als Hintergrundwissen zu betrachten.)

3.4 Graphaufbau

Die Grundannahme für den gewählten Ansatz ist, daß ein Mentales Modell schrittweise durch den Text und durch Hintergrundwissen aufgebaut wird. Der zu rezipierende Text wird also satzweise gelesen und ev. durch Hinzunahme von Hintergrundwissen interpretiert. Der Graph (Abb. 2) wird dabei schrittweise aufgebaut. Der erste Satz „Stephanie steht inmitten des Zimmers“, ausgedrückt durch das Prädikat *inmitten(S,Z)*, aktiviert das Hintergrundwissen über das Zimmer und die Definition von *inmitten*. Das Zimmer ist ein strukturiertes Objekt, die Unterobjekte (die *Wände*) werden entsprechend in den Graphen eingetragen. Das Objekt *Stefanie* wird nun mit den vier *Wänden* in Beziehung gesetzt: Durch das (Hintergrund-) Wissen über die Relation *inmitten* (siehe Kap. 3.3) und die Objekte *Stefanie* und *Zimmer* wird zu jeder Wand eine Kante im Graphen gezogen, die eine der vier Relationen *rechts_von*, *links_von*, *vor* oder *hinter* repräsentieren.[9]

[8] Das kann formal nach den Regeln der kontextabhängigen Klassifikation von Objekten erfolgen, vgl. z.B. Geibel and Wysotzki (1996). Es handelt sich hier also um nicht durch den Text gegebenes Hintergrund- oder Allgemeinwissen.

[9] Constraints für die Werte von Parametern der Transformationen werden i.a. nicht in den Graphen eingetragen, sondern separat aufgelistet. Grund dafür sind mögliche größer als 2–stellige

Der zweite Satz, „Rechts von Stefanie steht ein Ofen“, wird durch das Prädikat *rechts_von(S,O)* repräsentiert. Das Objekt *Stefanie* wird im vorhandenen Mentalen Modell gesucht und mit dem in der Relation *rechts_von* stehenden ersten Argument identifiziert. Das zweite Argument der Relation ist noch nicht im Graphen vorhanden. Es wird also ein zusätzliches Objekt mit dem Namen *Ofen* eingeführt und mit dem Objekt *Stefanie* über die mit der Relation *rechts_von* markierten Kante verbunden.

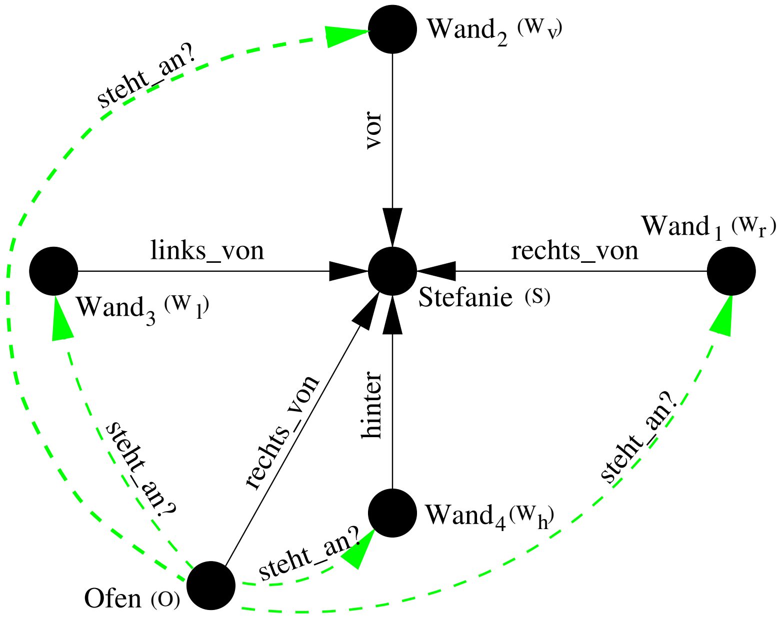

Abbildung 2: Der Graph nach der Auswertung des 3. Prädikats

Der dritte Satz, „Der Ofen steht an der Wand“, ausgedrückt durch das Prädikat *steht_an(W,O)*, bringt das Problem mit sich, daß für das zweite Argument der Relation (den *Ofen*) im Text nicht gesagt ist, an welcher *Wand* er *steht*. Da der *Ofen* theoretisch an allen *Wänden* stehen kann, müssen wir durch eine Fallunterscheidung über die Relationen zwischen den einzelnen *Wänden* und dem *Ofen* versuchen zu *inferieren*, daß der *Ofen* an der *rechten Wand steht*. Das „mentale Modell“ (Graph) in Abb. 2 zerfällt also korrekterweise in *vier* sich gegenseitig ausschließende Modelle, die nur aus Gründen der Anschaulichkeit zusammengefaßt sind.

Contraints. Die die Relation *inmitten* spezifizierenden und weitere Constraints über den Parametern sind also immer hinzuzudenken.

3.5 Inferenz räumlicher Relationen — Fall 1

In diesem Abschnitt werden wir inferieren, an welcher *Wand* der *Ofen* steht.

Mit Hilfe der Definition von *inmitten* und dem Wissen über das strukturierte Objekt *Zimmer* kann man folgende Transformationsmatrizen definieren. Zur Vereinfachung der Schreibweise ziehen wir die aus der Definition von *inmitten* (Abschn. 3.3) folgenden Constraints in die Definitionen von R, V, L, H hinein. Die Relation R wird dann auf R' eingeschränkt, entsprechendes gilt für V, L und H. Aus den eingeschränkten Relationen

$$R'^{(S,W_r)} = (\Theta = 0°, \Delta_x^{(S,W_r)} = \frac{\ell}{2}, \Delta_y^{(S,W_r)} = 0) \tag{1}$$

$$V'^{(S,W_v)} = (\Theta = 90°, \Delta_x^{(S,W_v)} = 0, \Delta_y^{(S,W_v)} = \frac{\ell}{2}) \tag{2}$$

$$L'^{(S,W_l)} = (\Theta = 180°, \Delta_x^{(S,W_l)} = -\frac{\ell}{2}, \Delta_y^{(S,W_l)} = 0) \tag{3}$$

$$H'^{(S,W_h)} = (\Theta = 270°, \Delta_x^{(S,W_h)} = 0, \Delta_y^{(S,W_h)} = -\frac{\ell}{2}) \tag{4}$$

ergeben sich dann folgende zugehörige Transformationsmatrizen:

$$R'^{(S,W_r)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\ell}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$V'^{(S,W_v)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\ell}{2} & 1 \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$L'^{(S,W_l)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{\ell}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$H'^{(S,W_h)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\ell}{2} & 1 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Weiterhin ergibt sich aus Satz 2 und dem Wissen über die Objekte die Relation zwischen dem *Ofen* und *Stefanie*:

$$R^{(S,O)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta_x^{(S,O)} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \Delta_x^{(S,O)} > r > 0. \tag{9}$$

Die vier hypothetischen *steht_an*–Relationen, die zwischen dem *Ofen* und den vier *Wänden* angenommen werden können, sind:

$$S_?^{(W_r,O)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -r & \Delta_y^{(W_r,O)} & 1 \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$S_?^{(W_v,O)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -r & \Delta_y^{(W_v,O)} & 1 \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$S_?^{(W_l,O)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -r & \Delta_y^{(W_l,O)} & 1 \end{pmatrix} \tag{12}$$

$$S_?^{(W_h,O)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -r & \Delta_y^{(W_h,O)} & 1 \end{pmatrix} \tag{13}$$

(Man beachte, daß die Koordinatensysteme von W_v, W_l, W_h in Relation zum Koordinatensystem von W_r definiert sind.)

Nun werden die Markierungen aller Kanten (vgl. Abb. 2) zwischen den *Wänden* und dem *Ofen* berechnet, um die so berechneten neuen Matrizen mit der Definition der Relation *steht_an* zu vergleichen. Das gewünschte Ergebnis ist, daß für alle *steht_an*–Matrizen außer der für die rechte *Wand* Widersprüche entstehen, also daß der *Ofen* nur an der rechten *Wand* stehen kann.

Zu berechnende Kante	Repräsentation im Graph	Rechenvorschrift
$\overset{W_h}{\bullet} \longleftarrow \overset{O}{\bullet}$	$\overset{W_h}{\bullet} \xrightarrow{hinter} \overset{S}{\bullet} \xleftarrow{rechts\_von} \overset{O}{\bullet}$	$rechts\_von \times hinter^{-1}$
$\overset{W_l}{\bullet} \longleftarrow \overset{O}{\bullet}$	$\overset{W_l}{\bullet} \xrightarrow{links\_von} \overset{S}{\bullet} \xleftarrow{rechts\_von} \overset{O}{\bullet}$	$rechts\_von \times links\_von^{-1}$
$\overset{W_v}{\bullet} \longleftarrow \overset{O}{\bullet}$	$\overset{W_v}{\bullet} \xrightarrow{vor} \overset{S}{\bullet} \xleftarrow{rechts\_von} \overset{O}{\bullet}$	$rechts\_von \times vor^{-1}$
$\overset{W_r}{\bullet} \longleftarrow \overset{O}{\bullet}$	$\overset{W_r}{\bullet} \xrightarrow{rechts\_von} \overset{S}{\bullet} \xleftarrow{rechts\_von} \overset{O}{\bullet}$	$rechts\_von \times rechts\_von^{-1}$

Tabelle 1: Rechenvorschrift

Dazu müssen die Inversen der Relationen *vor*, *hinter*, *links_von* und *rechts_von* berechnet werden und die entsprechende Matrizenmultiplikation ausgeführt werden. Die Pfeile in Tab. 1 zeigen immer vom Objekt β zum Bezugssystem α. Durch die zugeordnete Transformation werden die Koordinaten eines Punktes im Koordinatensystem des Objektes β ins Koordinatensystem des Bezugssystems α umgerechnet. (Man beachte, daß die Transformation des Vektors der Punktkoordinaten ins Bezugssystem durch Rechtsmultiplikation mit der Transformationsmatrix erfolgt, Popplestone, Ambler, and Bellos (1980).) Man erhält nun durch die Ausführung der Multiplikation neue Matrizen, die die Relation des *Ofens* zur jeweils betrachteten *Wand* repräsentieren, z.B. für die hintere Wand W_h

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta_x^{(S,O)} & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{R^{(S,O)}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -\frac{\ell}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{H'^{-1(S,W_h)}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -\frac{\ell}{2} & \Delta_x^{(S,O)} & 1 \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} S^{(W_h,O)} \tag{14}$$

Nach unserer Annahme (Widerspruchsbeweis!) sollte die rechte Seite von (14), die sich aus der Multiplikation von $R^{(S,O)}$ und $H'^{-1(S,W_h)}$ ergibt, gleich der Matrix $S^{(W_h,O)}$ (vgl. (13) sein, d.h. „der *Ofen* steht an der *hinteren Wand*“. Das ist aber wegen $\Delta_x^{(W_h,O)} = -r$ (Def. von *steht_an*) nicht möglich, da dann $-r = -\frac{\ell}{2}$ sein müßte, was wegen $-\frac{\ell}{2} < -r$ (Hintergrundwissen) nicht möglich ist. W_h scheidet also aus. Entsprechend ergibt sich:

$$S^{(W_l,O)} \stackrel{?}{=} R^{(S,O)} \times L'^{-1(S,W_l)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{\ell}{2} - \Delta_x^{(S,O)} & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$

(Widerspruch wegen $-\frac{\ell}{2} - \Delta_x^{(S,O)} < -r$, da $-\Delta_x^{(S,O)} < 0$ (vgl. (12)))

$$S^{(W_v,O)} \stackrel{?}{=} R^{(S,O)} \times V'^{-1(S,W_v)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\ell}{2} & -\Delta_x^{(S,O)} & 1 \end{pmatrix} \tag{16}$$

(Widerspruch wie bei (14)).

$$S^{(W_r,O)} \stackrel{?}{=} R^{(S,O)} \times R'^{-1(S,W_r)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\ell}{2} + \Delta_x^{(S,O)} & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{17}$$

Hier ist kein Widerspruch ableitbar (Hintergrundwissen: $\Delta_x^{(S,O)} \leq \frac{\ell}{2} - r$), d.h. der Ofen kann nur an der rechten Wand stehen. Durch Vergleich der Matrix (17) mit der Definition von *steht_an* (10) ergibt sich die Gleichung $-\frac{\ell}{2} + \Delta_x^{(S,O)} = -r$, also $\Delta_x^{(S,O)} = \frac{\ell}{2} - r$ als der Abstand von Stefanie zum Ofenmittelpunkt. Überdies kann abgeleitet werden, daß der Ofen in der *Wand*mitte stehen muß ($\Delta_y^{(W_r,O)} = 0$ in (17)).

Dadurch wurde die *Wand* identifiziert, an der der *Ofen* steht. Aus den 4 Graphen (Modellen) der Abb. 2 wird genau einer verifiziert.

3.6 Inferenz räumlicher Relationen — Fall 2

Um die schrittweise Modellverifikation noch etwas zu erläutern, nehmen wir nun an, daß zunächst nur die Sätze 2 und 3 angeboten werden, nicht aber Satz 1 (inmitten), das System aber trotzdem versucht, einen Graphen aufzubauen (Inferenz während der Textrezeption). Statt der Gleichungen (1) - (4) hat man dann

$$R^{(S,W_r)} = (\theta = 0^o, \Delta_x^{(S,W_r)}, \Delta_y^{(S,W_r)}) \quad \Delta_x^{(S,W_r)} > 0, \tag{18}$$

$$V^{(S,W_v)} = (\theta = 90^o, \Delta_x^{(S,W_v)}, \Delta_y^{(S,W_v)}) \quad \Delta_y^{(S,W_v)} > 0, \tag{19}$$

$$L^{(S,W_l)} = (\theta = 180^o, \Delta_x^{(S,W_l)}, \Delta_y^{(S,W_l)}) \quad \Delta_x^{(S,W_l)} < 0, \tag{20}$$

$$H^{(S,W_h)} = (\theta = 270^o, \Delta_x^{(S,W_h)}, \Delta_y^{(S,W_h)}) \quad \Delta_y^{(S,W_h)} < 0. \tag{21}$$

Man kann jetzt damit die zu (14) – (17) analogen Gleichungen aufstellen, z.B. ist in (14) $-\frac{\ell}{2}$ durch $\Delta_x^{(W_h,S)}$ (Constraint: < 0) zu ersetzen. (15) liefert dann $\Delta_x^{(W_h,0)} = -r = \Delta_x^{(W_h,S)}$, d.h. Stefanie steht irgendwo an der hinteren Wand links vom *Ofen* (Unterschiede in der "Ausdehnung" von Stefanie und *Ofen* können leicht durch eine geringfügige Änderung der Definition von *steht_an* berücksichtigt werden, siehe Abb. 3).

Eine entsprechende Menge von Situationen ergibt sich für die vordere Wand W_v. Die zu (15) analoge Gleichung für die linke Wand ergibt den Constraint

$$-\Delta_x^{(S,0)} + \Delta_x^{(W_l,S)} = \Delta_x^{(W_l,0)} = -r,$$

der wegen $-\Delta_x^{(S,0)} < -r$ (Hintergrundwissen) und $\Delta_x^{(W_l,S)} < 0$ nicht erfüllbar ist (es sei denn, Stefanie hätte die Ausdehnung 0!). Für die rechte *Wand* ergeben

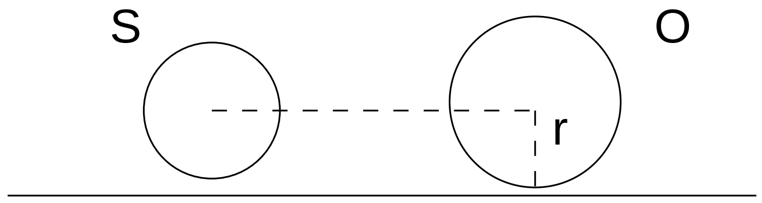

Abbildung 3: Berücksichtigung von Ausdehnungsunterschieden

sich keine Constraints. Es sind also nur die Fälle W_r, W_h und W_v möglich, d.h. drei durch exklusives Oder verknüpfte Modellklassen, die durch drei entsprechende Graphen dargestellt werden können. Eine in einem einzigen Graphen (d.h. „Mentalen Modell“) integrierbare kognitive Struktur ist hier nicht möglich, sondern kann erst nach Darbietung von Satz 1 (inmitten) erzeugt werden (Disambiguierung). Wir haben es also notwendigerweise bis zur nachträglichen Darbietung mit einer „gemischten“ Repräsentation zu tun.

4 Beispiel 2: Behandlung der Transitivitätsverletzung von sprachlich fixierten Relationen bei Wechsel des Bezugssystems

Vier Personen P_1, ..., P_4 mögen in gleichen Abständen (Defaultannahme) um einen runden Tisch sitzen (Abb. 4). Die propositionale Beschreibung sei

1. P_2 sitzt rechts von $P_1 : R^{(1,2)}$
2. P_3 sitzt rechts von $P_2 : R^{(2,3)}$
3. P_4 sitzt rechts von $P_3 : R^{(3,4)}$.

Rechts möge sich wieder auf den jeweiligen Protagonisten beziehen (der also wechselt) und nicht auf einen äußeren Beobachter (siehe Abb. 4).

Gefragt ist die Relation von P_4 zu P_1. Der Tisch habe den Radius r, die Relation *rechts_von* (R) sei jetzt zur Vereinfachung durch

$$R^{(i,k)} : \quad \Delta_x^{(i,k)} > 0$$

definiert, entsprechend *links_von* durch

$$L^{(i,k)} : \quad \Delta_x^{(i,k)} < 0.$$

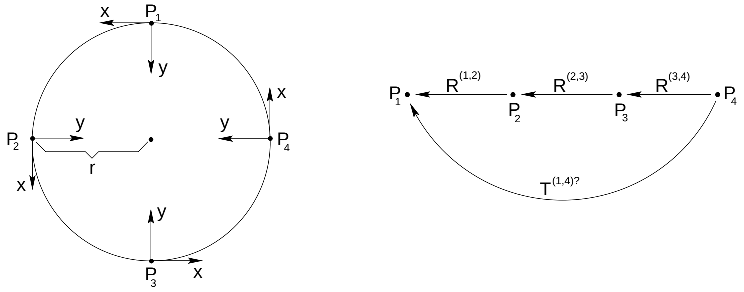

Abbildung 4: Transitivitätsverlust von *rechts* bei Bezugssystemwechsel

Die gesuchte Relation $T^{(1,4)}$ ergibt sich zu

$$R^{(3,4)} \times R^{(2,3)} \times R^{(1,2)} = R^3 = T^{(1,4)}$$

($R^{(i,i+1)} = R$ nach Wahl der Koordinatensysteme (vgl. Abb. 4)) oder

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ r & r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ r & r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ r & r & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -r & r & 1 \end{pmatrix} = T^{(1,4)}.$$

Man liest aus der Ergebnismatrix ab, daß P_4 *links* von P_1 sitzt, eine formale Anwendung der Transitivitätsregel würde *rechts* ergeben.

5 Beispiel 3: Inferenz von Intervallrelationen des Allen-Kalküls

Im folgenden soll an einem Beispiel gezeigt werden, wie mithilfe der Methode der Koordinatentransformationen Regeln des Intervallrelationenkalküls von Allen (Allen (1983), Knauff, Rauh, Schlieder, and Strube (1997)) abgeleitet werden können. Das Beispielproblem ist in Abb. 5 dargestellt.

Über die relative Lage der Intervalle a, b, c sei folgende partielle Information (Prämissen) gegeben, wobei s_i bzw. e_i den Startpunkt bzw. Endpunkt des Intervalls i bedeuten.

$$s_a < e_a < s_c < e_c \qquad (a < c, \text{„a before c“ im Allenkalkül}) \tag{22}$$

$$s_a < s_b < e_b = e_a \qquad (\text{b f a, „b finishes a“, vgl. Abb. 5a)}) \tag{23}$$

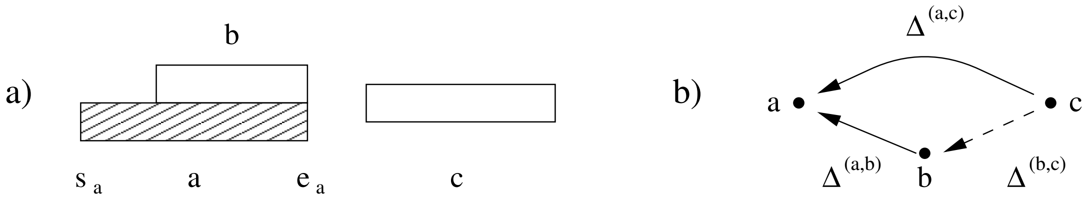

Abbildung 5: Inferenz von Intervallrelationen des Allenkalküls

Gesucht ist die Relation zwischen b und c. Da das Problem eindimensional ist und keine Rotationen stattfinden, sind die Koordinatentransformationen durch $\Delta^{(a,b)}$, $\Delta^{(b,c)}$ und $\Delta^{(a,c)}$ auf folgende Weise eindeutig festgelegt (Abb. 5b)): Wir ordnen zunächst jedem Startpunkt s_i und jedem Endpunkt e_i ein „Koordinatensystem" zu. $\Delta^{(i,j)}$, $i,j \in \{a,b,c\}$ wird als relative Lage des gesamten Intervalls j in bezug auf das Intervall i definiert, d.h. die Koordinatensysteme der Intervalle werden mit ihren Startpunkten s_i assoziiert.

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{Nach Abb. 5b) ist} & \Delta^{(b,c)} & = & \Delta^{(a,c)} + \Delta^{(b,a)} \\
\text{Aus (22) folgt} & \Delta^{(a,c)} & = & s_c - s_a > e_a - s_a \\
\text{Außerdem ist} & \Delta^{(b,a)} & = & -\Delta^{(a,b)} = -(s_b - s_a) \\
 & & = & e_b - e_b - s_b + s_a \\
 & & = & (e_b - s_b) - (e_b - s_a) \\
 & & = & (e_b - s_b) - (e_a - s_a) \text{ wegen } e_b = e_a \ (23) \\
\text{Insgesamt ergibt sich} & \Delta^{(b,c)} & = & (s_c - s_a) - (s_b - s_a) \\
 & & > & (e_a - s_a) + (e_b - s_b) - (e_a - s_a) \\
 & & = & e_b - s_b \\
\text{und mit} & \Delta^{(b,c)} & = & s_c - s_b \\
\text{und} & s_c - s_b & > & e_b - s_b \\
\text{folgt} & s_c & > & e_b \text{ , d.h. } b < c \quad (\text{„b before c"}) \\
\text{Damit ist die Regel} & (b\ f\ a, a < c) & \rhd & b < c \ \text{ des Allen-Kalküls abgeleitet.}
\end{array}
$$

6 Diskussion und Ausblick

Der hier verfolgte Ansatz erfüllt die Eigenschaften, die von Mentalen Modellen gefordert werden (vgl. Kap. 1), da die Objekte und die räumlichen Relationen zwischen den Objekten einfach repräsentiert werden und das Modell während der Textrezeption aufgebaut wird. „Einfach" soll hier bedeuten, daß die Objekte im Unterschied zu einer propositionalen, d.h. linearen Repräsentation nur einmal repräsentiert werden. Das entspricht nur bedingt einer wahrnehmungsnahen Repräsentation, für die eine bildhafte Repräsentation vorhanden (Paivio (1971)), oder mindestens generierbar sein muß (Kosslyn (1980)). Wenn jedoch genügend Informationen über die Objekte vorliegen, wie z.B. Form, Struktur, Farbe und Material, kann aus der strukturerhaltenden (in diesem Sinne *analogen*) Repräsentation ein Bild erzeugt werden. Informationen über die Gestalt von Objekten und weitere Eigenschaften können zu diesem Zweck mit den Objekten zusammen im Graphen gespeichert und für die Abfrage von quasi–bildlichen Informationen genutzt werden, indem Depiktionen generiert werden. Unser graphentheoretisches Modell stellt daher eine begriffliche Zwischenebene im Sinne von Kosslyn (Kosslyn (1980)) dar.

In einem zu implementierenden System, das auf dem vorgeschlagenen Modell basiert, müssen verschiedene Überlegungen konkretisiert und in das Modell eingebracht werden. Zu diesem Zweck ist es auch naheliegend, in einem interdisziplinären Kontext Untersuchungsergebnisse aus der Psychologie und Linguistik über den rezeptiven Aufbau Mentaler Modelle, beziehungsweise die Semantik räumlicher Relationenen, zu nutzen. Die Untersuchungsergebnisse würden einerseits die Semantik räumlicher Relationen klären und deren Definition vereinfachen, und andererseits direkt in das mathematische Modell mit einbezogen werden können, wodurch auch das Constrainterfüllungsproblem präzisiert werden würde.(Die Erweiterung des Systems auf eine Domäne außerhalb des räumlichen Schließens ist ebenfalls von Interesse: so könnte man sich vorstellen, daß auch nicht–räumliche Relationen im System berücksichtigt werden, die in den räumlichen Bereich projiziert werden).

Anzuregen wären insbesondere psychologische Experimente zur Erzeugung „präferierter" (siehe Knauff, Rauh, and Schlieder (1995)) konkreter quasi–bildhafter Modelle und – damit zusammenhängend – eine Untersuchung ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung über die durch die Constraints fixierten Toleranzen.

Wir danken Sylvia Wiebrock für die kritische Durchsicht des Manuskripts. Die Arbeit entstand im von der Technischen Universität Berlin geförderten interdisziplinären Forschungsprojekt „Kognition und Kontext".

Literatur

Allen, J. F. (1983). Maintaining Knowledge about temporal intervals. *Comm. of the ACM 26*, 832–843.

Ambler, A. P. and R. J. Popplestone (1975). Inferring the Positions of Bodies from Specified Spatial Relationships. *Artificial Intelligence 6*, 157–174.

Fodor, J. A. (1975). *The Language of Thought*. New York: Crowell.

Foley, J. D., A. van Dam, S. K. Feiner, and J. F. Hughes (1990). *Computer Graphics, Principles and Practice*. Addison-Wesley.

Franklin, N., B. Tversky, and V. Coon (1992). Switching points of view in spatial mental models. *Memory and Cognition 20*(5), 507–518.

Garnham, A. (1985). *Psycholinguistics: Central Topics*. Routledge.

Geibel, P. and F. Wysotzki (1996). Learning Relational Concepts with Decision Trees. In L. Saitta (Ed.), *Machine Learning: Proceedings of the Thirteenth International Conference*. Morgan Kaufmann Publishers, San Fransisco, CA.

Glenberg, A. M. and W. E. Langston (1992). Comprehension of Illustrated Text: Pictures Help To Build mental Models. *Journal of Memory and Language 31*, 129–151.

Guesgen, H. W. (1989). Spatial reasoning based on Allen‘s temporal logic. Technical Report TR-89-049, ICSI, Berkeley, Cal.

Hernández, D. (1990). Relative representation of spatial knowledge: the 2-D case. Technical Report FKI-135-90, Technische Universität München.

Hernández, D. (1991). Relative representation of spatial knowledge: the 2-D case. In D. M. Merk and A. Frank (Hrsg.), *Cognitive and Linguistic Aspects of Geographic Space*, S. 373–385. Dordrecht: Kluwer.

Hörnig, R., B. Claus, D. Durstewitz, E. Fricke, U. Schmid, and K. Eyferth (1996). Object access in mental models under different perspectives induced by linguistic expressions. Technical Report KIT-Report 126, KIT Research Group, Technische Universität Berlin.

Johnson-Laird, P. N. (1977). Procedural Semantics. *Cognition 5*, 189–214.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental Models: Towards a Cognitive Science of Language, Inference and Consciousness*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kintsch, W. and T. A. van Dijk (1978). Toward a Model of Text Comprehension and Production. *Psychological Review 85*(5), 363–394.

Knauff, M., R. Rauh, and C. Schlieder (1995). Preferred Mental Models in Qualitative Spatial Reasoning: A Cognitive Assessment of Allen's Calculus. In *Proceedings of the Seventeenth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, S. 200–205.

Knauff, M., R. Rauh, C. Schlieder, and G. Strube (1997). Analogizität und Perspektive in räumlichen mentalen Modellen. Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden.

Kosslyn, S. (1980). *Image and Mind*. Cambridge, Mass.: Harvard UP.

Krause, W., J. Faßl, and F. Wysotzki (1982). Three-dimensional orderings, text representation and eye fixation. In R. Groner, C. Menz, D. F. Fischer, and R. A. Monty (Hrsg.), *Eye Movements and Psychological Functions*. New York: Hillsdale.

Krause, W. and F. Wysotzki (1983). Three-Dimensional Orderings and Text Representation. In H.-G. Geissler (Ed.), *Modern Issues in Perception*, S. 150–164. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Mohr, I. and R. Müller (1985, Dezember). BAL - An experimental off-line robot programming system. In *Proc. Atti del conregno nazionale (ANIPLA)*, Genova, S. 263–276.

Paivio, A. (1971). *Imagery and Verbal Processes*. Holt, Rinehart and Winston.

Palmer, S. E. (1978). Fundamental aspects of cognitive representation. In E. Rosch and B. B. Lloyd (Hrsg.), *Cognition and Categorization*, S. 259–303. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Popplestone, R. J., A. P. Ambler, and I. M. Bellos (1980). An Interpreter for a Language for Describing Assemblies. *Artificial Intelligence 14*, 79–107.

Potts, G. R. (1972). Information processing strategies used in the encoding of linear orderings. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior 11*, 727–740.

Pribbenow, S. (1993). *Räumliche Konzepte in Wissens- und Sprachverarbeitung: Hybride Verarbeitung von Lokalisierung*, Volume IX of *Informatik*. Deutscher Universitätsverlag.

Schirra, J. (1990). Einige Überlegungen zu Bildvorstellungen in kognitiven Systemen. In C. Freksa and C. Habel (Hrsg.), *Repräsentation und Verarbeitung räumlichen Wissens*. Heidelberg: Springer.

Waltz, D. and L. Boggess (1979). Visual analog representations for natural language understanding. In *Proc. of the 6th IJCAI*, S. 926–934.

Woods, W. A. (1981). Procedural Semantics. In I. S. A. K. Joshy and B. L. Webber (Hrsg.), *Elements of Discourse Understanding*, S. 300–334. Cambridge: Cambridge University Press.